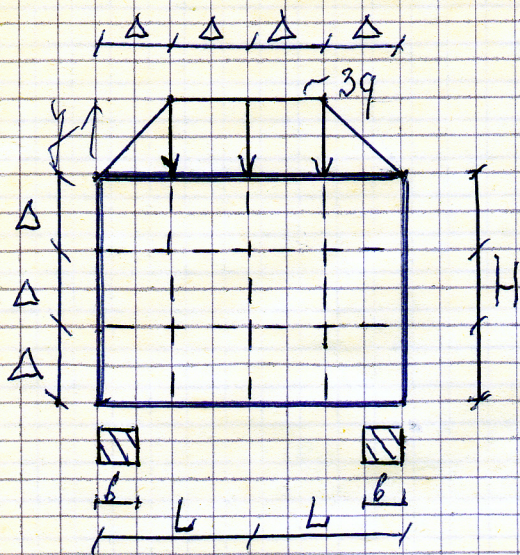


Расчет балки стелки

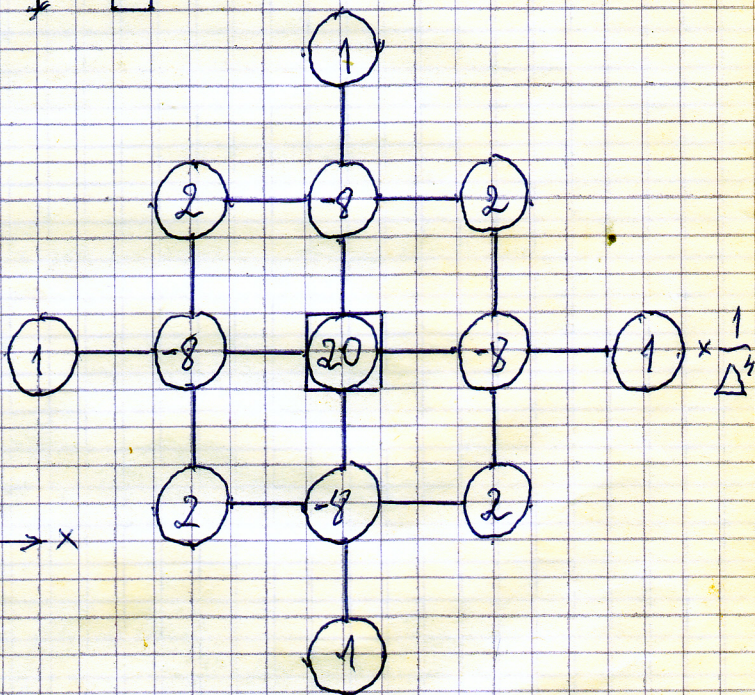
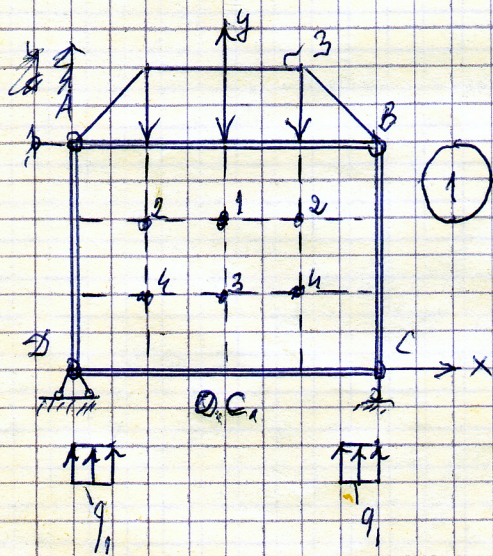
①



Дано:

$$\Delta = 4\text{ м}; \quad L = 2\Delta; \quad H = 3\Delta;$$

$$b = \frac{\Delta}{2}; \quad q = 1 \frac{\text{МН}}{\text{м}}$$



Бигармокическое уравнение

$$\nabla^2 \nabla^2 \varphi = \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} = 0$$

$$M = 18 \cdot (8-x) - 1,5 \cdot (4-x)^2 - 6 \left(\frac{16}{3} - x\right);$$

$$M_5 = M(0) = 18 \cdot 8 - 1,5 \cdot 16 - 32 = 88 \text{ МНМ};$$

$$M_6 = M(4) = 18 \cdot 4 - 8 = 64 \text{ МНМ};$$

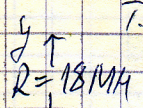
$$M_7 = 0; \quad N_5 = N_6 = N_7 = 0;$$

На катете $\varphi = M; \quad \frac{\partial \varphi}{\partial n} = N.$

$$\langle \varphi_5 = M_5 = 88 \text{ МНМ} \rangle; \langle \varphi_6 = M_6 = 64 \text{ МНМ} \rangle; \langle \varphi_7 = M_7 = 0 \rangle$$

α $\rightarrow n$ $\frac{\partial \varphi}{\partial n} \approx \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2\Delta} \rightarrow \varphi_2 = \varphi_1 + \alpha \cdot \Delta \cdot N$
Т.5: $\varphi_3 = \varphi_1 + 2 \cdot \Delta \cdot 0 \Rightarrow \langle \varphi_3 = \varphi_1 \rangle;$

Т.6: $\varphi_4 = \varphi_2 + 2 \cdot \Delta \cdot N_6 = \varphi_2 + 0 \Rightarrow \langle \varphi_4 = \varphi_2 \rangle$



Стержень BC

$$\Sigma y = 0; \quad -R - N = 0; \quad N = -R = -18 \text{ МН}$$

$$N_8 = N_9 = -18 \text{ МН}$$

$$\varphi_{15} = \varphi_2 + 2 \Delta N_8 = \varphi_2 - 24 \cdot 18 = \varphi_2 - 144$$

$$\langle \varphi_{16} = \varphi_4 - 144 \rangle$$

$$M_8 = 0; \quad M_9 = 0$$

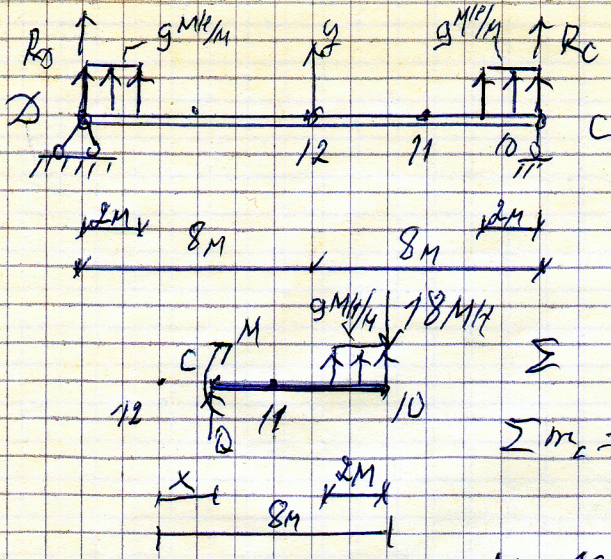
Стержень CD

Найдем q_1 из ур-а равновесия балки сдвинутой

$$\Sigma y = 0; \quad 2 \cdot q_1 \cdot 6 - 2 \Delta \cdot 3 - 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \Delta = 0$$

$$q_1 \cdot 6 = q_1 \cdot \frac{\Delta}{2} = 3 \cdot \Delta + 3 \cdot \Delta \cdot \frac{1}{2}$$

$$q_1 = (3 + 1,5) \cdot 2 = 9 \frac{\text{МН}}{\text{м}}$$



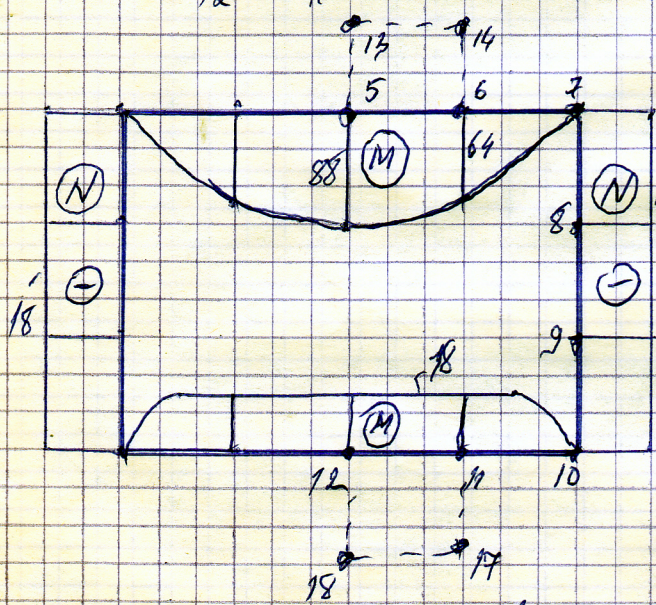
$$R_C = R_D = -9 \cdot 2 = -18 \text{ MN}$$

$$\sum m_c = 0; M - 9 \cdot 2 \cdot (8 - x - 1) + 18 \cdot (8 - x) = 0$$

$$M = 18 \cdot (7 - x) - 18(8 - x) = -18 \text{ MNm}$$

$$N_{1/2} = N_{11} = N_{10} = 0; M_{1/2} = -18 \text{ MNm}; M_{11} = -18 \text{ MNm}; M_{10} = 0$$

$$N_{1/2} = N_{11} = N_{10} = 0$$



На контуре: если ориентация знака M , обломленные со стороны положительного бокала, то $Q = +M$.

$N > 0$, если соответствует растяжению.

Итак, таким образом,

$$Q_5 = 88; Q_6 = 64; Q_7 = 0; Q_8 = 0; Q_9 = 0; Q_{10} = 18; Q_{12} = 18$$

(5)

$$\varphi_{13} = \varphi_1 + 2\Delta N_5 = \varphi_1; \quad \varphi_{14} = \varphi_2; \quad \varphi_{15} = \varphi_2 + 2\Delta N_5 = \varphi_2 - 144$$

$$\varphi_{16} = \varphi_4 - 144; \quad \varphi_{17} = \varphi_4 + 2\Delta N_{11} = \varphi_4; \quad \varphi_{18} = \varphi_3$$

По симметрии: $\varphi_{19} = \varphi_4; \quad \varphi_{20} = \varphi_2; \quad \varphi_{21} = \varphi_8 = 0; \quad \varphi_{22} = \varphi_9 = 0$

$$\varphi_{23} = \varphi_6 = 64; \quad \varphi_{24} = \varphi_{11} = 18$$

Подставим полученные значения φ в систему (1):

$$20\varphi_1 - 8(\varphi_2 + \varphi_2 + 88 + \varphi_3) + 2(64 + 64 + \varphi_4 + \varphi_4) + 18 + \varphi_1 + 0 + 0 = 0$$

$$21\varphi_1 - 16\varphi_2 - 8\varphi_3 + 4\varphi_4 = 430$$

$$20\varphi_2 - 8(64 + 0 + \varphi_4 + \varphi_1) + 2(88 + 0 + 0 + \varphi_3) + 18 + \varphi_2 + \varphi_2 + \varphi_2 = 0$$

$$-8\varphi_1 + 23\varphi_2 + 2\varphi_3 - 8\varphi_4 = 462$$

$$20\varphi_3 - 8(\varphi_1 + \varphi_4 + 18 + \varphi_4) + 2(\varphi_2 + 18 + 18 + \varphi_2) + 88 + 0 + \varphi_3 + 0 = 0$$

$$-8\varphi_1 + 4\varphi_2 + 21\varphi_3 - 16\varphi_4 = -16$$

$$20\varphi_4 - 8(\varphi_2 + 0 + 18 + \varphi_3) + 2(\varphi_1 + 0 + 0 + 18) + 64 + \varphi_4 - 144 + \varphi_4 + \varphi_4 = 0$$

$$2\varphi_1 - 8\varphi_2 - 8\varphi_3 + 23\varphi_4 = 188$$

Окончательно в матричной форме

$$(2) \begin{pmatrix} 21 & -16 & -8 & 4 \\ -8 & 23 & 2 & -8 \\ -8 & 4 & 21 & -16 \\ 2 & -8 & -8 & 23 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \varphi_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 430 \\ 462 \\ -16 \\ 188 \end{pmatrix}$$

или $A \cdot \varphi = B$
B Method:

$$\varphi = \text{solve}(A, B)$$

Решение системы (2):

6

$$\varphi_1 = 70,761 \text{ МПа}; \quad \varphi_2 = 53,321 \text{ МПа}; \quad \varphi_3 = 43,141 \text{ МПа}; \quad \varphi_4 = 35,573 \text{ МПа}$$

Рассмотрим равновесие пологих болки бегки

Касательные напряжения на оси симметрии равны нулю.

Найдем касательные σ_x в $i = 5, 1, 3, 12$:

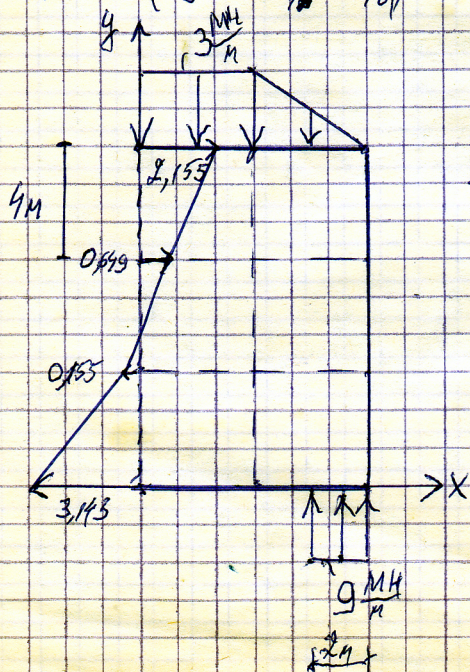
$$\sigma_{x(i)} = \frac{\partial^2 \varphi_{ij}}{\partial y^2} \approx \frac{\varphi_{ij1} - 2\varphi_{ij} + \varphi_{ij2}}{\Delta^2}$$

$$\sigma_x^{(5)} = (\varphi_{13} - 2\varphi_5 + \varphi_1) / \Delta^2 = (\varphi_1 - 2 \cdot 88 + \varphi_1) / 4^2 = (2 \cdot 70,161 - 176) / 16 = -2,155 \text{ МПа}$$

$$\sigma_x^{(1)} = (\varphi_5 - 2\varphi_1 + \varphi_3) / \Delta^2 = (88 - 2 \cdot 70,161 + 43,141) / 16 = -0,649 \text{ МПа}$$

$$\sigma_x^{(3)} = (\varphi_1 - 2\varphi_3 + \varphi_2) / \Delta^2 = (70,161 - 2 \cdot 43,141 + 18) / 16 = 0,155 \text{ МПа}$$

$$\sigma_x^{(12)} = (\varphi_3 - 2\varphi_{12} + \varphi_{18}) / \Delta^2 = (43,141 - 2 \cdot 18 + 43,141) / 16 = 3,143 \text{ МПа}$$



$$\sum y = 0 \text{ верно.}$$

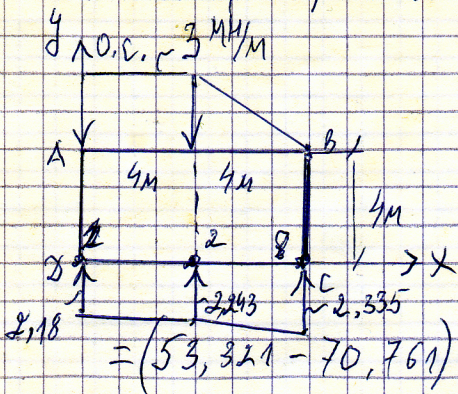
$$\sum x = 0; \quad \frac{2,155 + 0,649}{2} y + \frac{0,649 - 0,155}{2} y - \frac{0,155 + 3,143}{2} y$$

$$= \frac{4}{2} (2,155 + 2 \cdot 0,649 - 2 \cdot 0,155 - 3,143) =$$

$$= 2 \cdot (3,453 - 3,453) = 0 \text{ верно.}$$

Рассмотрим равновесие следующей части балки стенки:

(7)



$$\sigma_y = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} \approx \textcircled{1} - \textcircled{2} - \textcircled{3} \cdot \frac{1}{\Delta^2}$$

$$\sigma_y^{(1)} \approx (\varphi_0 - 2\varphi_1 + \varphi_2) \cdot \frac{1}{4^2} =$$

$$= (\varphi_2 - 2\varphi_1 + \varphi_0) \cdot \frac{1}{16} = (\varphi_2 - \varphi_1) \cdot \frac{1}{8} =$$

$$= (53,321 - 70,761) \cdot \frac{1}{8} = 2,18 \text{ МПа}$$

$$\sigma_y^{(2)} \approx (\varphi_1 - 2\varphi_2 + \varphi_3) \cdot \frac{1}{4^2} = (70,761 - 2 \cdot 53,321 + 0) \cdot \frac{1}{16} = -2,243 \text{ МПа}$$

$$\sigma_y^{(3)} \approx (\varphi_2 - 2\varphi_3 + \varphi_4) \cdot \frac{1}{4^2} = (53,321 - 2 \cdot 0 + \varphi_2 - 144) \cdot \frac{1}{16} =$$

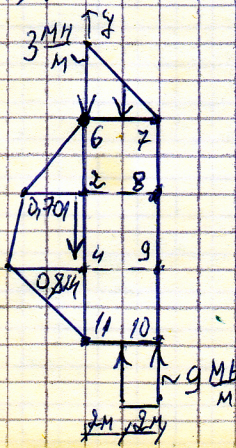
$$= (2 \cdot 53,321 - 144) \cdot \frac{1}{16} = -2,335 \text{ МПа}$$

$$\sum y = 0; \quad -3 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 + \frac{2,18 + 2,243}{2} \cdot 4 + \frac{2,243 + 2,335}{2} \cdot 4 =$$

$$= -18 + 18,002 = 0,002 \approx 0$$

Касательные напряжения должны равняться нулю:

AD - ось симметрии; BC - свободная поверхность.



Рассмотрим часть 6-7-10-11. Правая жилайка σ_x

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \approx \textcircled{1} - \textcircled{2} - \textcircled{3} \cdot \frac{1}{\Delta^2}$$

В узлах 6 и 11 τ_{xy} должно равняться нулю.

$$\tau_{xy}^{(6)} = (\varphi_5 - \varphi_7 + \varphi_9 - \varphi_3) \cdot \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 4} = (88 - 0 + 0 - 43,141) \cdot \frac{1}{16} = 0,701 \text{ МПа}$$

$$\tau_{xy}^{(10)} = (\varphi_1 - \varphi_8 + \varphi_{10} - \varphi_2) \cdot \frac{1}{64} = (70,761 - 0 + 0 - 18) \cdot \frac{1}{64} = 0,824 \text{ МПа}$$

$$\sum y = 0; \quad -\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 0,701 - \frac{0,701 + 0,824}{2} \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 0,824 \cdot 4 + 9 \cdot 2 = -12,1 + 18 = 5,9$$

